Espías

Espías es un problema que evalúa si el alumno es capaz de modelar el problema planteado como una representación útil computacionalmente. En este caso, un grafo dirigido. No es necesario que el alumno sepa lo que es un grafo dirigido, simplemente que sea capaz de modelar el problema como tal para poder darse cuenta de las propiedades del mismo.

Además, puede ser útil (no necesario) el conocer una de las estructuras de datos más sencillas que existen, la pila. El uso de la pila sirve únicamente para disminuir el factor de complejidad computacional de la solución, sin embargo se pueden obtener los 100 puntos sin necesidad de utilizar una pila.

Solución parcial: 40 puntos

Al igual que con los problemas anteriores hay una solución parcial que obtenía 40 puntos la cual es muy sencilla de implementar. Para obtenerla basta con simular el camino de mentes que lee el lector iniciando desde cada uno de los espías y almacenar el mejor para entregarlo posteriormente como resultado.

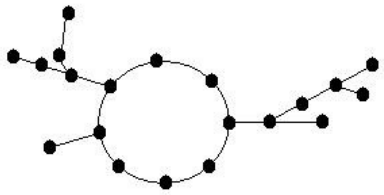
Solución óptima: 100 puntos

El problema es claramente un grafo dirigido donde cada espía es un vértice y cada relación de espías una arista que va de que espía al espiado. De cada vértice sale una y sólo una arista, de modo que el grafo tiene ***E*** aristas y
E vértices.

Para resolver el problema, el alumno debe darse cuenta de que el hecho de que cada espía espíe a otro da como resultado que cualquier secuencia de mentes leídas termina siempre en un ciclo, es decir, iniciando la lectura desde cualquier espía, podemos seguir leyendo mentes hasta que regresemos a un espía cuya mente ya habíamos leído. No sólo eso, como cada espía espía a otro, es imposible detenernos antes de que eso pase.

También es importante ver que una vez que se entra a un ciclo, es imposible salir de él, y que iniciar la lectura desde cualquiera de los espías del ciclo nos da como resultado exactamente el mismo número de mentes leídas, el número de espías en el ciclo.

Lo anterior nos deja el problema como un conjunto de grafos dirigidos disjuntos, en los que se tiene un ciclo con varias ramas que entran al ciclo (ver figura). El máximo para cada uno de estos grafos será el número de espías en el ciclo mas el número de espías en la rama más larga. El máximo total para el problema será el máximo de los máximos de cada grafo.



Hay varias formas de buscar los ciclos en un grafo de este tipo. Lo importante al implementar la solución es notar que en la solución parcial se está visitando cada ciclo muchas veces, lo que hace que la complejidad del algoritmo potencialmente sea E^2, la idea tras la solución óptima es contar cada ciclo sólo una vez, cuando ya se detectó un ciclo una vez, sabemos que la cantidad de mentes que puede leer cualquier espía de ese ciclo es igual al número de espías en el ciclo por lo que no es necesario volver a revisar ninguno de los espías de ese ciclo. Si además, para los espías en las ramas vamos guardando su distancia al ciclo, o la suma de su distancia y la longitud del ciclo, entonces cada que lleguemos a un espía que ya habíamos visto previamente no es necesario seguir adelante, ya que sabemos cuántas mentes hay hacia adelante. De esta forma revisamos a cada espía sólo una vez y nuestro algoritmo se vuelve de complejidad proporcional a E.

Cuando llegamos a un espía nuevo, no sabemos cuántos espías hay adelante, de modo que la solución óptima utiliza una pila para recordar los espías por los que pasó y al llegar al final puede ir sacando a los espías en el orden en el que los visitó y actualizando el máximo de mentes que puede leer cada uno de ellos.